

Problème 466 – La posture du triangle au yoga - Corrigé

$$1) \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AF} = AD \times AF \times \cos(\widehat{DAF})$$

$$\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AF} = 1,08 \times 0,78 \times \cos(56^\circ)$$

$$\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AF} \approx 0,47.$$

$$2) \text{ Le triangle AFD étant rectangle en H : } AH = AF \times \cos(\widehat{DAF})$$

$$\text{Donc } AH = 0,78 \times \cos(56^\circ) \approx 0,44.$$

$$\text{Donc } BG = HD = AD - AH \approx 1,08 - 0,44 = 0,64.$$

$$3) \text{ Le triangle ABH étant rectangle en H : } \widehat{BAD} = \arccos\left(\frac{AH}{AB}\right)$$

$$\widehat{BAD} = \arccos\left(\frac{0,44}{1,03}\right) \approx 65^\circ.$$

Remarque : on peut aussi écrire le produit scalaire en faisant noter que :

$$\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} = AD \times AH = AD \times AB \times \cos(\widehat{BAD}) \text{ et cela revient au même résultat que ci-dessus.}$$

$$4) \text{ a) } \widehat{ABG} + \widehat{BAD} + \widehat{ADG} + \widehat{DGB} = 360^\circ.$$

$$\text{Donc } \widehat{ABG} + 65^\circ + 90^\circ + 90^\circ = 360^\circ.$$

$$\text{Donc } \widehat{ABG} = 115^\circ.$$

$$\text{b) } \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BG} = AB \times BG \times \cos(\widehat{ABG})$$

$$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BG} = 1,03 \times 0,64 \times \cos(115^\circ)$$

$$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BG} \approx -0,35.$$

$$\text{c) } \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BG} = BG^2 \approx 0,41.$$

$$\text{Or on a : } \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BG} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) \cdot \overrightarrow{BG} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BG}$$

$$= -\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BG}$$

$$\approx -(-0,35) + 0,41 = 0,76.$$

$$5) \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC} \cdot (\overrightarrow{BG} + \overrightarrow{GD}) =$$

$$= \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{GD}$$

$$= \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{GD} + \overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{GD}$$

$$= \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BG} + 0 - DC \times GD$$

$$= \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BG} + 0 - DC \times BH$$

$$= \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BG} + 0 - DC \times AH \times \tan(\widehat{BAH})$$

$$= \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BG} + 0 - DC \times AH \times \tan(\widehat{BAD})$$

$$= 0,76 + 0 - 1,71 \times 0,44 \times \tan 65^\circ$$

$$\approx -0,85.$$

$$6) \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = AC \times BD \times \cos(\widehat{C\hat{I}D})$$

$$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = AC \times BD \times \cos(\widehat{C\hat{I}D})$$

$$\cos(\widehat{C\hat{I}D}) = \frac{\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}}{AC \times BD}$$

En utilisant le théorème de Pythagore, on trouve :

$$AC = \sqrt{AD^2 + DC^2} = \sqrt{1,08^2 + 1,71^2} \approx 2,02.$$

$$BD = \sqrt{BH^2 + HD^2} = \sqrt{(0,44 \times \tan 65^\circ)^2 + 0,64^2} \approx 1,14$$

$$\text{Donc } \cos(\widehat{CID}) = \frac{-0,85}{2,02 \times 1,14}$$

$$\widehat{CID} = \text{Arccos}\left(\frac{-0,85}{2,02 \times 1,14}\right) \approx 112^\circ.$$